

**Межрегиональная олимпиада школьников на базе
ведомственных образовательных учреждений по
математике 2007/2008 учебный год**

1.2008 (9,10) ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ВЫРАЖЕНИЙ

Сравнить числа

$$\frac{2.0000004}{(1.0000004)^2+2.0000004} \text{ и } \frac{2.0000002}{(1.0000002)^2+2.0000002}.$$

Ответ: первое число меньше второго.

2.2008 (11) НЕРАВЕНСТВА, ЛОГАРИФМЫ

Решить неравенство $\log_{x-1}(x+1) > \log_{x^2-1}(x+1)$.

Ответ: $(1, \sqrt{2}) \cup (2, \infty)$.

3.2008 (10) НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ, КОМБИНАТОРИКА

Сколько натуральных чисел от 1 до 222222 содержат в своей десятичной записи цифру 0?

Ответ: 89362.

4.2008 (10, 11) ТРИГОНОМЕТРИЯ

Решить уравнение $2 \operatorname{tg} x + 3 \operatorname{ctg} x - 2 \sin x - 3 \cos x + 5 = 0$.

Ответ: $-\arctg \frac{3}{2} + \pi n, \frac{1}{2} \cdot (-1)^n \arcsin(2 - 2\sqrt{2}) + \frac{\pi n}{2}$.

5.2008 (11) ПЛАНИМЕТРИЯ

В трапеции $ABCD$ прямая, проведенная через вершину B и середину диагонали AC , пересекает большее основание AD трапеции в точке N , причем $AN : ND = 1 : 2$. Прямая CN пересекает диагональ BD в точке K . Найти отношение площади треугольника CKD к площади трапеции.

Ответ: 1 : 6.

6.2008 (9,10) ТЕКСТОВАЯ ЗАДАЧА

Два спортсмена начали бег по круговой дорожке в одном направлении из одной точки. После того, как они повстречались во время движения 4 раза (не считая момента начала движения), второй спортсмен, бегущий медленнее, развернулся и побежал в обратном направлении. Встретившись после этого еще 7 раз, оба спортсмена оказались в точке старта. Сколько кругов пробежал каждый из спортсменов, если вместе они пробежали 35 кругов?

Ответ: 20 и 15 кругов.

7.2008 (11) НЕСТАНДАРТНЫЕ ЗАДАЧИ

В центре квадрата со стороной 3 расположен другой квадрат со стороной 1 так, что стороны квадратов параллельны. Во внешнем квадрате в серединах двух противоположных сторон сделаны отверстия, величины которых равны диаметру некоторого шара. Саша и Миша закатывают внутрь квадрата шар через одно из отверстий (это отверстие они закрывают) и ждут, когда шар выкатится через другое отверстие, считая число ударов шара о стенки обоих квадратов. Предполагается, что при ударе о стенку угол “падения” равен углу “отражения” и что шар ни разу не ударялся об углы квадратов. Саша насчитал 15 ударов, а Миша 16. Кто из мальчиков заведомо неправ и почему?

Ответ: Миша заведомо неправ.